

## Ondas

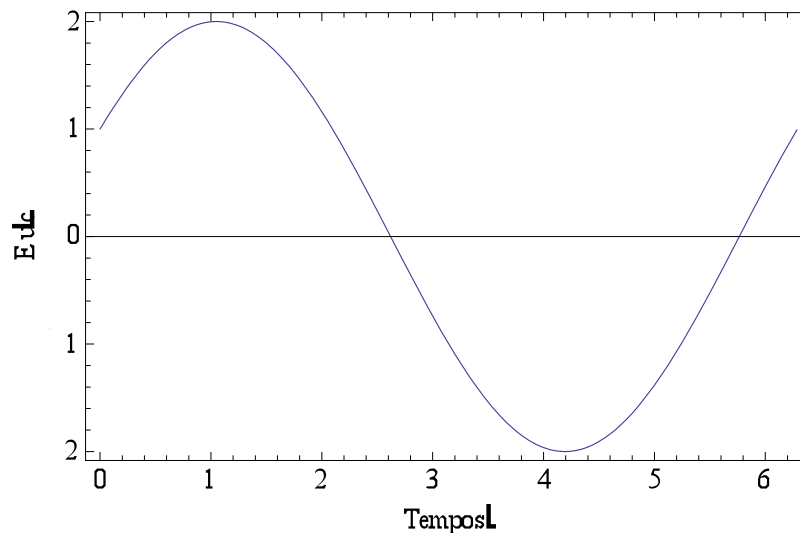
**Objetivos:** Usar o programa *Mathematica* para representação de ondas. Simular ondas e fenômenos ondulatórios no *Mathematica*.

### Ondas

Podemos representar os fenômenos ondulatórios por funções periódicas como a função seno. Toda onda com amplitude  $A$ , frequência angular  $\omega$  e fase  $\phi$  apresenta a variação temporal como mostrada no gráfico abaixo, a amplitude está em unidades de campo (uc) e o tempo em unidades de tempo (ut). A representação matemática da onda, de uma forma geral, tem o seguinte aspecto:

$$E(t) = A \sin(\omega \cdot t + \phi)$$

onde  $A$  é a amplitude da onda  $E$ ,  $\omega$  a frequência angular ( $\omega=2\pi f$ ),  $f$  é a frequência, e  $\phi$  a fase da onda. No gráfico abaixo a onda tem fase  $\pi/6$  (Pi/6), apresentando-se deslocada para a esquerda, com relação à origem. Podemos pensar que a onda é uma representação do campo elétrico  $E$  em função do tempo  $E(t)$ .



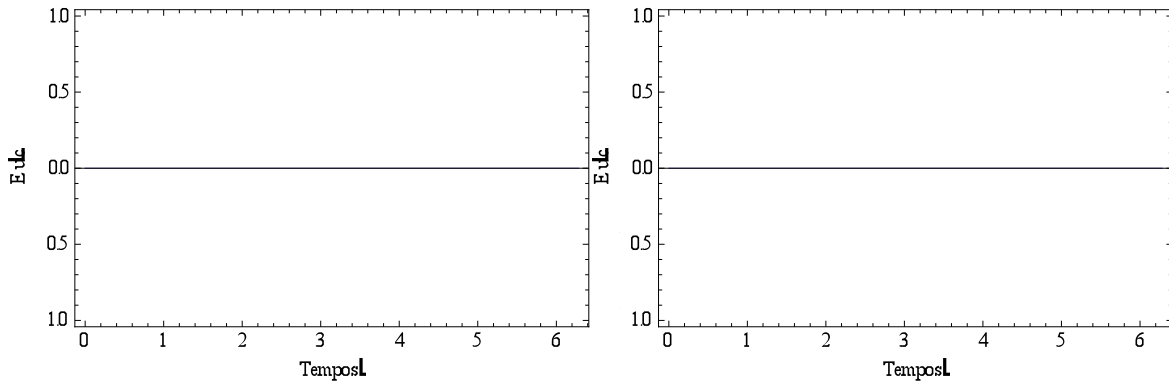
**Procedimento:** Vamos programar a função  $E(t)$  acima no *Mathematica*.

```
f = 0.159;
omega = 2 Pi*f;
phi = Pi/6;
Amp = 2;
E1 = Amp*Sin[omega*t + phi];
Plot[E1, {t, 0, 2 Pi}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"Tempo (s)", "E (uc)"}]
```

Nos comandos acima a variável "f" indica a frequência em Hz,  $\omega$  a frequência angular em radianos/s, phi a fase em radianos e Amp a amplitude.

Abra o programa *Mathematica* e copie (*Command + C*) e cole (*Command + V*) (no Mac) o conjunto de comandos para gerar o gráfico da onda. Depois de inseridos os comandos, segure a tecla *<shift>* e clique na tecla *<return>*, o gráfico acima será gerado.

Vamos testar a variação da frequência. Veja que programamos para que sejam gerados gráficos das ondas entre zero e  $2\pi$  ( $\{t, 0, 2 \text{ Pi}\}$ ), assim ao aumentarmos a frequência, teremos um número maior de ondas no mesmo intervalo de tempo. Multiplique a frequência por 2 e 5 vezes e faça os esboços dos gráficos no espaço abaixo.



Vamos agora programar soma de ondas, indicadas pelas funções abaixo:

$$E_1(t) = 2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

$$E_2(t) = 4 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

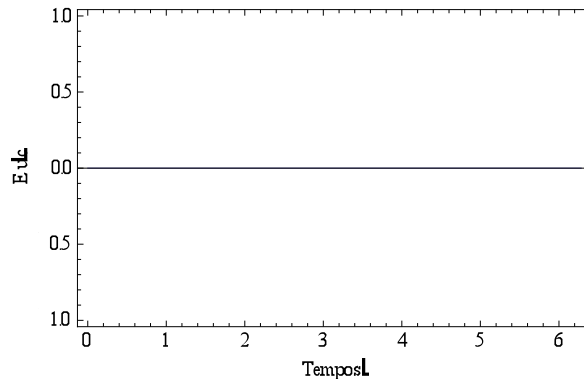
$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) =$$

$$E(t) = 2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) + 4 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) = 6 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

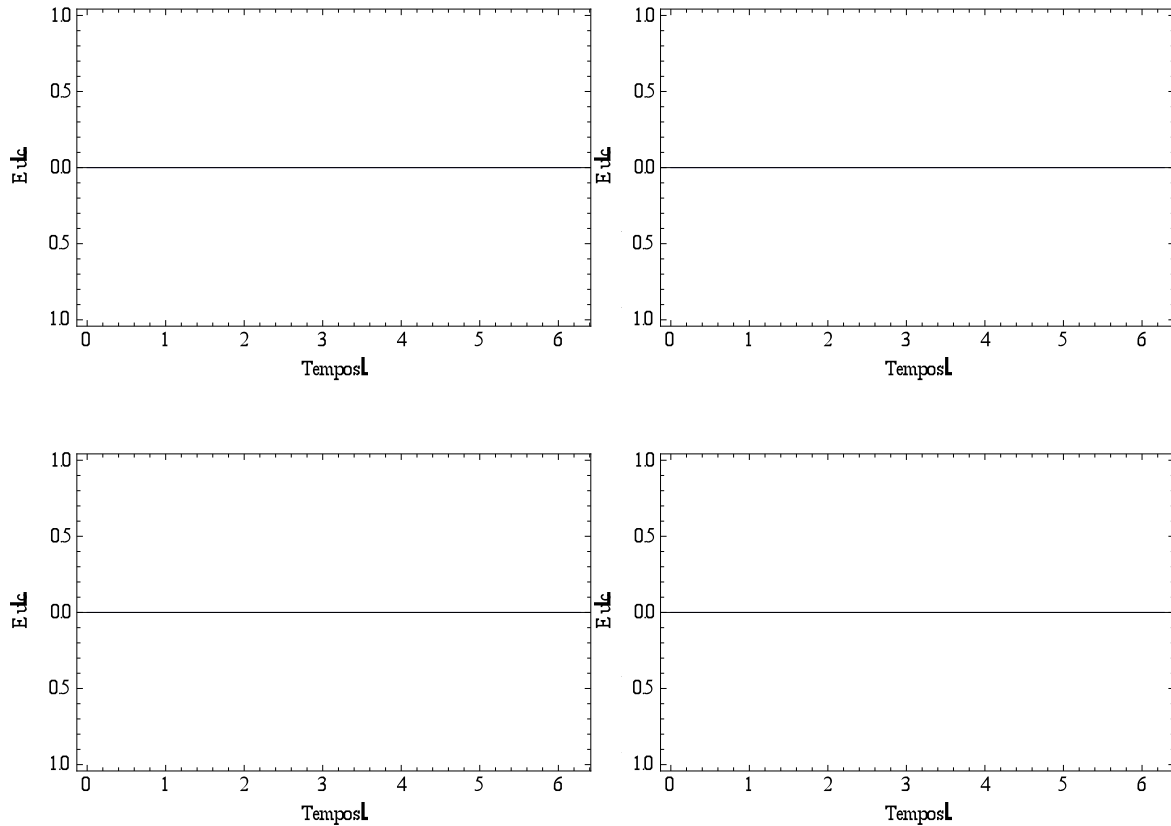
Os comandos do *Mathematica* para programarmos esta soma estão indicados abaixo.

```
f = 0.159;
omega = 2 Pi*f;
E1 = 2. Sin[omega*t];
E2 = 4. Sin[omega*t];
E3 = E1 + E2;
Plot[{E1, E2, E3}, {t, 0, 2 Pi}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"Tempo(s)", "E(uc)"}]
```

Insira os comandos acima e gere o gráfico. Faça o esboço do gráfico e identifique cada onda.



Teste agora o efeito da variação da amplitude na soma das ondas, mantendo a frequência em 0,159 Hz. Use amplitudes de 1, 2, 3 e 5 para a onda E2. Faça os esboços dos gráficos abaixo.



O que você pode dizer sobre o efeito da amplitude sobre a soma das ondas?

Vamos agora programar soma de ondas com diferentes fases, indicadas pelas funções abaixo:

$$E_1(t) = 2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

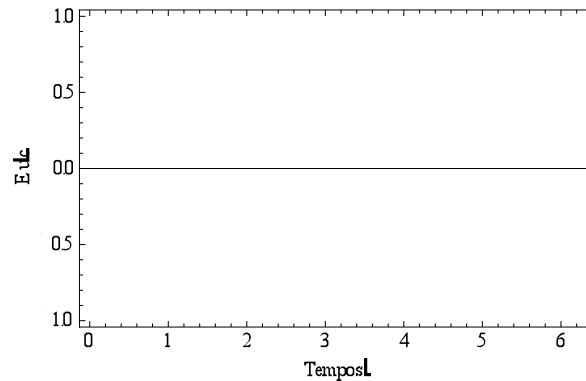
$$E_2(t) = 2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi)$$

$$E_3(t) = E_1(t) + E_2(t)$$

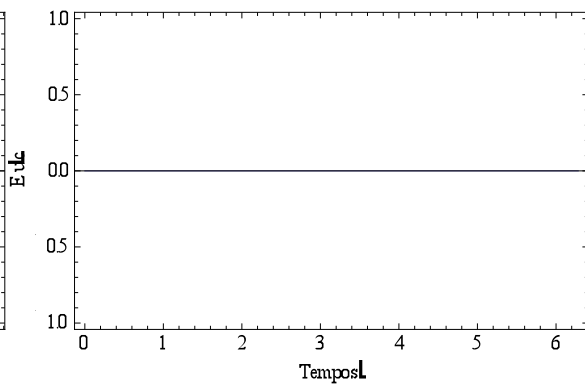
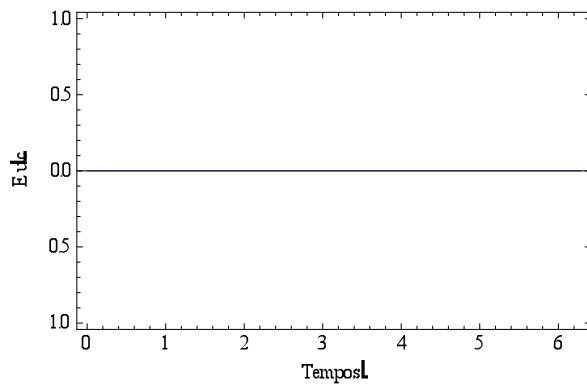
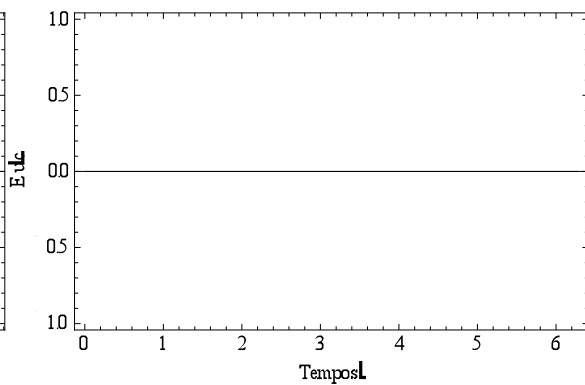
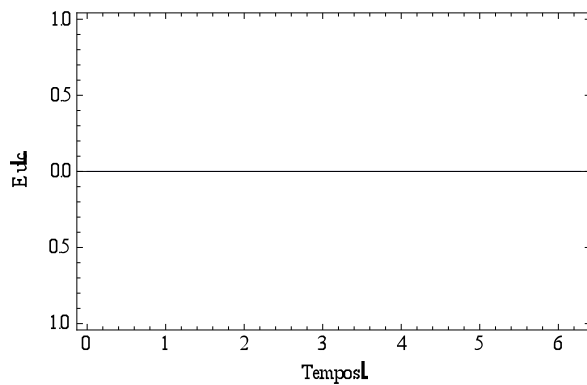
Os comandos do *Mathematica* para programarmos esta soma estão indicados abaixo.

```
f = 0.159;
omega = 2 Pi*f;
phi = Pi/6;
Amp = 2;
E1 = Amp*Sin[omega*t];
E2 = Amp*Sin[omega*t + phi];
E3 = E1 + E2;
Plot[{E1, E2, E3}, {t, 0, 2 Pi}, Frame -> True,
FrameLabel -> {"Tempo(s)", "E(uc)"}]
```

Insira os comandos anteriores e gere o gráfico. Faça o esboço do gráfico e identifique cada onda.



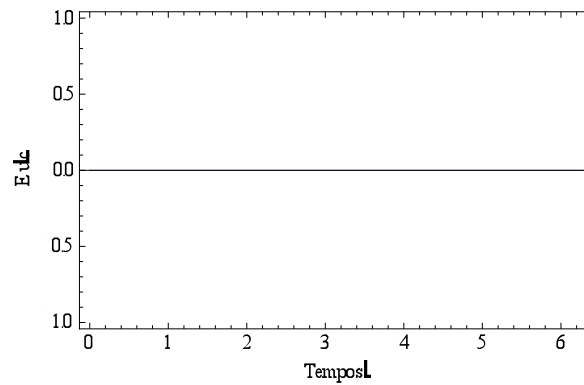
Teste agora o efeito da variação da fase na soma das ondas, mantendo a frequência em 0,159 Hz e a amplitude em Amp = 2. Use fases iguais à  $\pi/4$ ,  $\pi/3$ ,  $\pi/2$  e  $\pi$  para a onda E2. Faça os esboços dos gráficos abaixo.



O que você pode dizer sobre o efeito da fase sobre a soma das ondas?

Usando os comandos do *Mathematica* ilustrados nos exemplos anteriores programe a soma de duas ondas com amplitudes 2 e 4 e diferença de fase  $\pi/6$ . Use o espaço abaixo para indicar a lista de comandos.

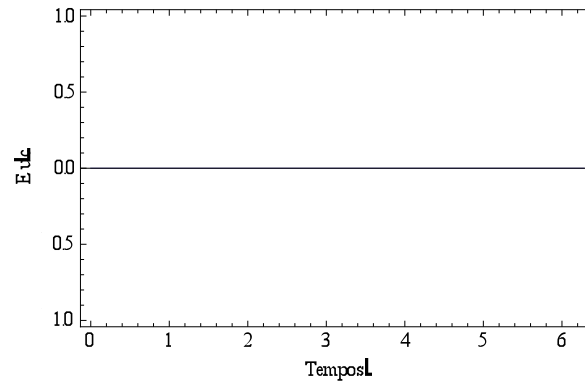
Faça o esboço do gráfico e identifique cada onda.



Usando os comandos do *Mathematica* ilustrados nos exemplos anteriores programe a soma de duas ondas com amplitudes de 2 e diferença de fase para gerar uma interferência construtiva.

Use o espaço abaixo para indicar a lista de comandos.

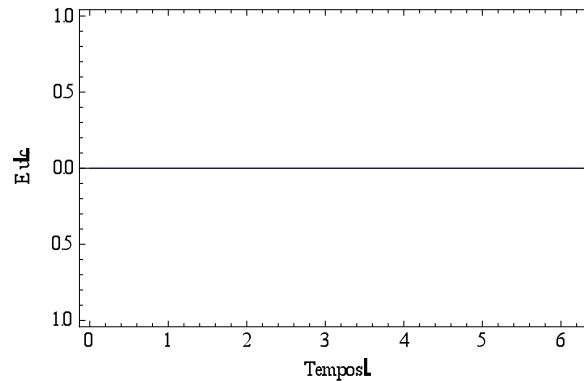
Faça o esboço do gráfico e identifique cada onda.



Usando os comandos do *Mathematica* ilustrados nos exemplos anteriores programe a soma de duas ondas com amplitudes de 2 e diferença de fase para gerar uma **interferência destrutiva**.

Use o espaço abaixo para indicar a lista de comandos.

Faça o esboço do gráfico e identifique cada onda.



### Referências

Drenth, J. (1994). *Principles of Protein X-ray Crystallography*. New York: Springer-Verlag.

<http://www.wolfram.com/>