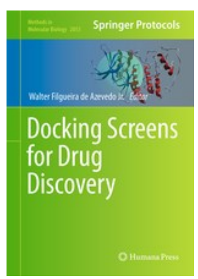
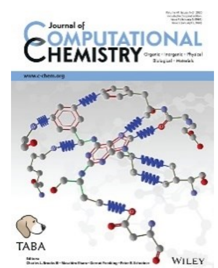
Fator Integrante

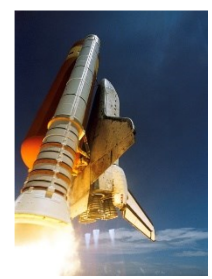
Prof. Dr. Walter F. de Azevedo, Jr.

walter@azevedolab.net

[Biography 01♥]
[Biography 02♥]
[Biography 03♥]
[Biography 04♥]

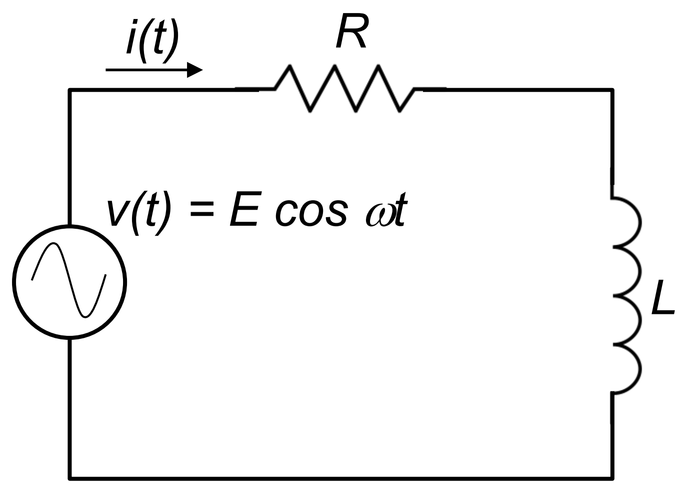






Conteúdo

Um dos métodos usados para resolver equações diferenciais lineares de primeira ordem faz uso de uma função chamada **fator integrante** (ou **fator de integração**). Ao multiplicarmos ambos os lados de uma equação diferencial colocada na forma padrão, temos do lado esquerdo a derivada do produto. Assim, podemos resolver ambos os lados da equação diferencial por integração direta. Nesta aula veremos o uso desse método para uma aplicação física: a solução da equação diferencial que descreve um circuito *RL* com uma fonte de corrente alternada.



Palavras-chave: Física; modelagem de sistemas; abstração; modelagem matemática; equação diferencial; equação diferencial linear; fator integrante; forma padrão; problema de valor inicial; circuito RL; indutância; resistência; Lei de Kirchoff; corrente alternada; impedância; fase.

Nesta aula iremos considerar equações diferencias ordinárias de primeira ordem que podem ser expressas da forma indicada a seguir. Quando temos a equação diferencial onde o coeficiente da derivada de maior ordem é 1, dizemos que a equação está na **forma padrão**. A equação abaixo está na forma padrão.

Variável dependente (ou função incógnita)

Função de x

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

Equação diferencial na forma padrão

Variável independente

Função de x

Na equação acima P e Q são duas funções da variável independente (neste caso x). Assumimos que ambas funções são contínuas no intervalo de interesse.
A equação diferencial ordinária acima tem que ser linear, ou seja, não pode envolver termos como y^3, funções trigonométricas, hiperbólicas, exponenciais e combinações destas. Para essa classe de equações diferenciais, podemos chegar a uma solução geral a partir da multiplicação de ambos os lados da equação por uma função adequada chamada de **fator integrante (**ou fator de integração).

Abaixo temos a classificação completa da equação diferencial que veremos a solução.

Equação Diferencial	$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$
Variável dependente	*y*
Variável independente	*x*
Tipo	EDO
Ordem	Primeira
Linearidade da variável dependente	Linear

EDO: Equação diferencial ordinária

Um recurso usado para resolver a equação diferencial abaixo é por meio da multiplicação de ambos os lados da equação por um fator, onde no lado esquerdo passamos a ter uma derivada de termo único.

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x) \qquad \text{(Equação 1)}$$

Vamos considerar a função $\mu(x)$ e multiplicamos ambos os lados da equação.

$$\mu(x)\frac{dy}{dx} + \mu(x)P(x)y = \mu(x)Q(x) \qquad \text{(Equação 2)}$$

Iremos impor que $\mu(x)$ satisfaz a seguinte condição.

$$\frac{d\mu(x)}{dx} = \mu(x)P(x)$$

Essa escolha é para que o lado esquerdo da equação diferencial fique da forma da derivada do produto.

$$\frac{d(\mu y)}{dx} = \frac{dy}{dx}\mu + y\frac{d\mu}{dx}$$

Resolvemos a equação diferencial como segue.

$$\frac{d\mu(x)}{dx} = \mu(x)P(x)$$

$$\frac{d\mu}{\mu} = P(x)dx$$

$$\ln|u| = \int P(x)dx + C$$

Em seguida, aplicamos a exponencial a ambos os lados, para fazermos $e^{ln|u|} = u$ para u > 0. Consideramos que a integral exista, assim chegamos à seguinte expressão.

$$\boxed{\mu(x) = e^{\int P(x)dx}}$$ (Fator Integrante) (Equação 3)

Desconsideramos a constante de integração (*C*), visto que ela não é necessária. A constante *C* é eliminada ao multiplicarmos ambos os lados da equação diferencial por $\mu(x)$.

Agora podemos reescrever a equação diferencial (equação 2) com a derivada do produto do lado esquerdo, como indicado a seguir.

$$\frac{d(\mu(x)y)}{dx} = \mu(x)Q(x)$$

$$\mu(x)y = \int \mu(x)Q(x)dx + C$$

Consideramos que $\mu(x) \neq 0$ e isolamos a variável dependente $y(x)$.

$$y = \frac{1}{\mu(x)}\left[\int \mu(x)Q(x)dx + C\right]$$

onde o fator integrante é dado pela **equação 3** e usamos as condições iniciais (problema de valor inicial) para determinarmos a constante de integração C.

Método do Fator Integrante

Abaixo temos todos os passos do método do fator integrante para resolução de integrais. O texto abaixo foi baseado na descrição encontrada na página 45 do Cengel, Yunus A.; Palm III, William J.. Equações Diferenciais (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

Passo 1. Verifique se o coeficiente de *dy/dx* é 1 (forma padrão). Caso não esteja na forma padrão, modifique a equação diferencial para que o coeficiente seja 1.

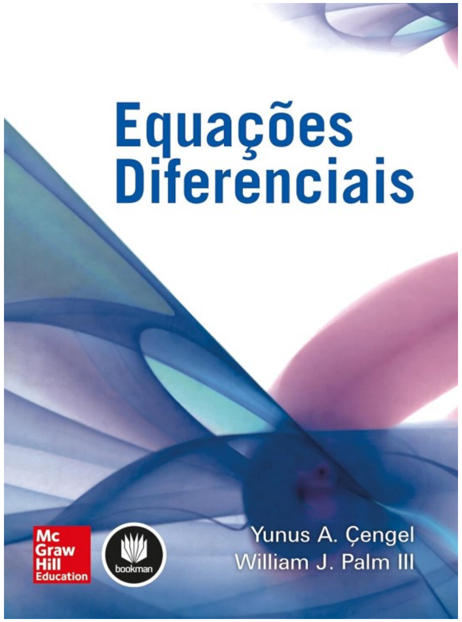
Passo 2. Calcule o fator integrante *μ(x)* como definido na **equação 3** e multiplique ambos os lados da equação diferencial por ele.

Passo 3. Coloque o lado esquerdo da equação diferencial como um produto *d[μ(x)y]/dx* em seguida integre ambos os lados.

Passo 4. Divida a equação resultante por *μ(x)*, para chegarmos a solução geral para *y*.

Passo 5. Use a condição inicial para obter a constante de integração *C*.

Fonte; Cengel, Yunus A.; Palm III, William J. Equações Diferenciais (Portuguese Edition) (p. 45). Edição do Kindle.

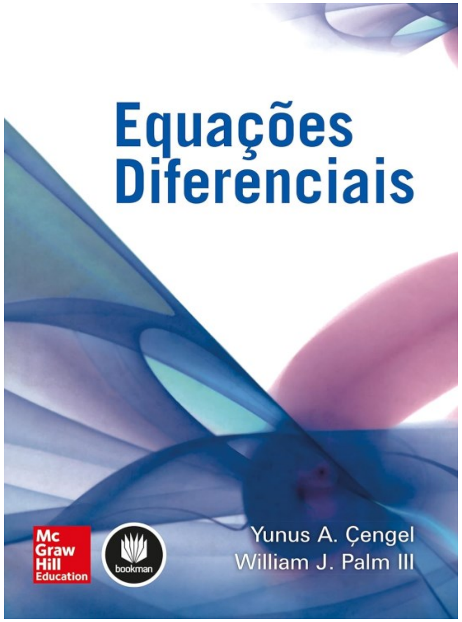


CENGEL, Yunus A.; Palm III, William J. **Equações Diferenciais** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

Resolva o problema de valor inicial linear apresentado a seguir:

$$\frac{dy}{dx} - 3y = -9x$$

$$y(2) = 13$$



CENGEL, Yunus A.; Palm **III**, William J. **Equações Diferenciais** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

Abaixo temos a classificação completa da equação diferencial.

Equação Diferencial	$\frac{dy}{dx} - 3y = -9x$
Variável dependente	*y*
Variável independente	*x*
Tipo	EDO
Ordem	Primeira
Linearidade da variável dependente	Linear

EDO: Equação diferencial ordinária

Resolva o problema de valor inicial apresentado a seguir:

$$\frac{dy}{dx} - 3y = -9x$$

$$y(2) = 13$$

Solução:

Passo 1

A equação diferencial está na forma padrão, onde *P(x)* = *-3* e *Q(x)* = *-9x.*

Passo 2

$$\mu(x) = e^{\int P(x)dx} = e^{-3\int dx} = e^{-3x}$$

$$e^{-3x}\frac{dy}{dx} - 3e^{-3x}y = -9e^{-3x}x$$

Passo 3

$$e^{-3x}\frac{dy}{dx} - 3e^{-3x}y = -9e^{-3x}x \qquad \frac{d(ye^{-3x})}{dx} = -9e^{-3x}x$$

$$ye^{-3x} = -9\int e^{-3x}x dx + C \qquad \text{(Equação 4)}$$

Resolvemos a integral do lado direito usando a integração por partes onde *u* = *x* e *du* = *dx*, $dv = e^{-3x}$ e $v = -\frac{1}{3}e^{-3x}$

$$\int udv = uv - \int vdu \rightarrow I = \int e^{-3x}xdx = -x\frac{e^{-3x}}{3} + \frac{1}{3}\int e^{-3x}dx$$

$$I = -x\frac{e^{-3x}}{3} - \frac{e^{-3x}}{9} = e^{-3x}\left(-\frac{x}{3} - \frac{1}{9}\right) = -\frac{e^{-3x}}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right)$$

Substituindo-se o resultado acima na integral da equação 4, chegamos.

$$ye^{-3x} = 9\frac{e^{-3x}}{3}\left(x + \frac{1}{3}\right) + C \rightarrow ye^{-3x} = e^{-3x}(3x + 1) + C$$

Passo 4

Finalmente chegamos à solução geral da equação diferencial.

$$ye^{-3x} = e^{-3x}(3x + 1) + C$$

$y = (3x + 1) + Ce^{3x}$ (Solução Geral da EDO) (Equação 5)

Passo 5

Usamos a condição inicial *y(2)* = *13* para determinarmos *C*.

$13 = (3 \times 2 + 1) + Ce^{3.2} \rightarrow Ce^{6} = 13 - 7 \rightarrow Ce^{6} = 6$

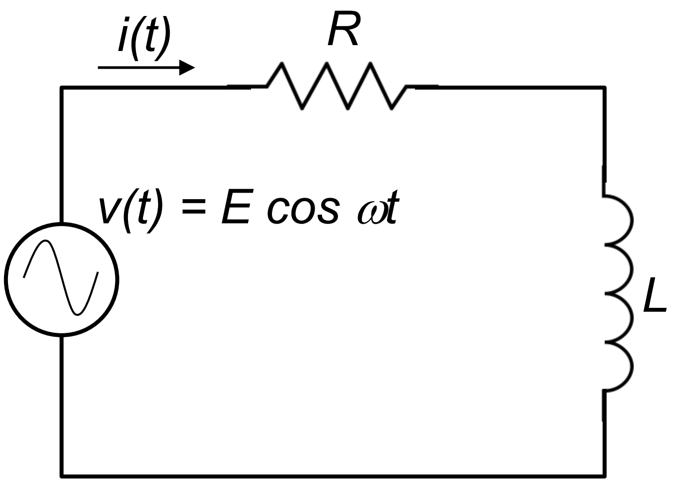
$$C = 6e^{-6}$$

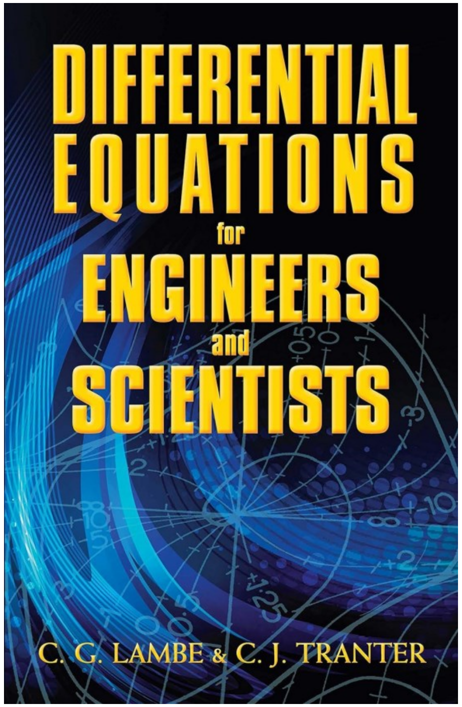
Substituindo-se na equação 5, temos a seguinte solução particular.

$$y = (3x + 1) + Ce^{3x} = (3x + 1) + 6e^{-6}e^{3x}$$

$$y = (3x + 1) + 6e^{3x-6}$$

Considere o circuito série *RL* com uma fonte de tensão alternada com potencial definido por uma função cosseno ($E\cos(\omega t)$), como indicado abaixo. O circuito tem resistência *R* e indutância *L*. Determine corrente elétrica (*i*) em função do tempo. Considere $i = 0$ para $t = 0$.



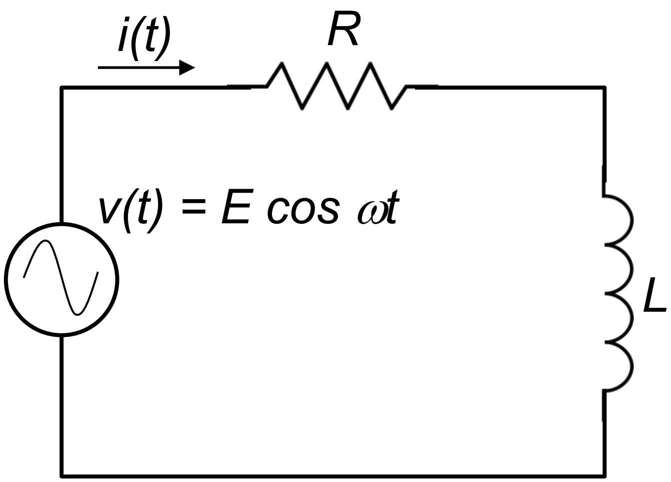


LAMBE, C.G.; TRANTER, C.J. Differential Equations for Engineers and Scientists (Dover Books on Mathematics) . Dover Publications. Edição do Kindle.

Solução:

Aplicando a lei de Kirchoff ao circuito abaixo, chegamos à equação diferencial ordinária de primeira ordem linear.

$$v(t) - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$$ (Equação 6)



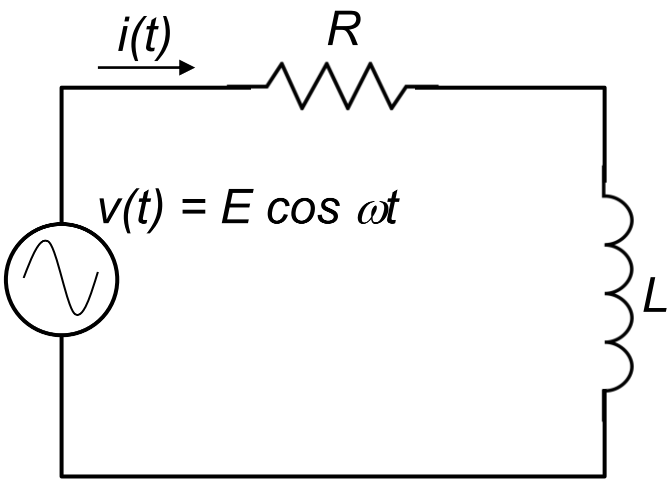
Abaixo temos a classificação completa da equação diferencial.

Equação Diferencial	$v(t) - Ri - L\frac{di}{dt} = 0$
Variável dependente	*i*
Variável independente	*t*
Tipo	EDO
Ordem	Primeira
Linearidade da variável dependente	Linear

EDO: Equação diferencial ordinária

Solução:

Aplicando a lei de Kirchoff ao circuito abaixo, chegamos à equação diferencial ordinária de primeira ordem linear.



$$v(t) - Ri - L\frac{di}{dt} = 0 \quad \text{(Equação 6)}$$

Passo 1

A equação diferencial não está na forma padrão, assim dividimos a equação 6 por *L*. Chegamos à seguinte expressão.

$$\frac{1}{L}v(t) - \frac{R}{L}i - \frac{di}{dt} = 0$$

Isolando os termos com a derivada e com *i*, temos a equação abaixo.

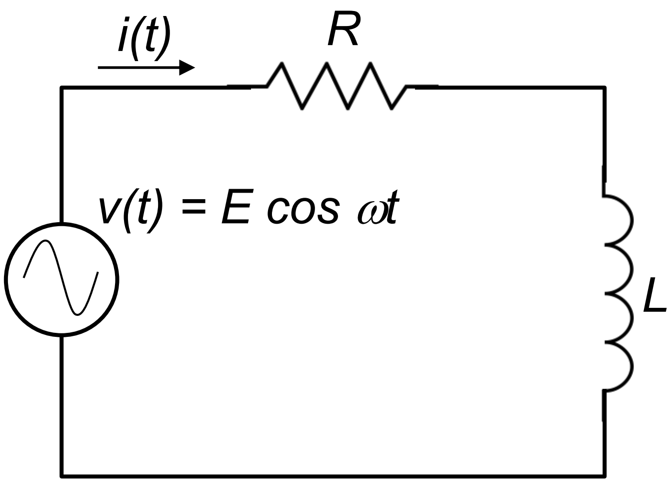
$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{1}{L}v(t) \quad \text{(Equação 7)}$$

Na equação acima, temos os seguintes *P* e *Q(t)*.

$$P = \frac{R}{L} \qquad Q(x) = \frac{E}{L}\cos\omega t$$

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t) \qquad \text{(Equação 7)}$$



Passo 2

Determinamos o fator integrante μ, como detalhado a seguir.

$$\mu = e^{\int \frac{R}{L} dt} = e^{\frac{R}{L} \int dt}$$

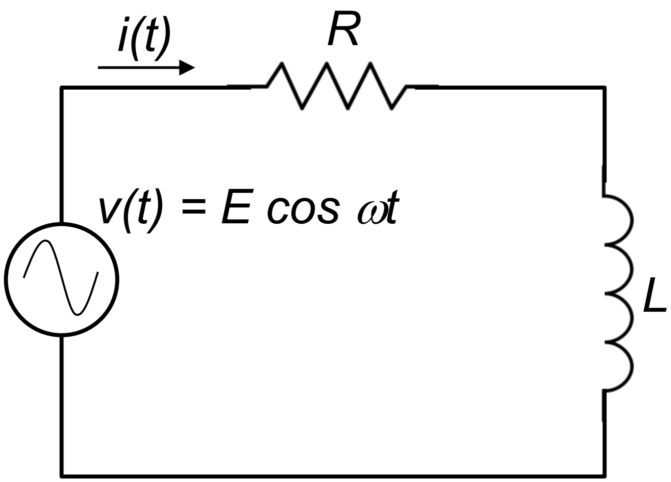
$$\mu = e^{\frac{R}{L} t}$$

Agora multiplicamos ambos os lados da equação 7 pelo fator integrante.

$$e^{\frac{R}{L} t} \frac{di}{dt} + e^{\frac{R}{L} t} \frac{R}{L} i = \frac{e^{\frac{R}{L} t}}{L} v(t)$$

Solução:

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{1}{L}v(t)$$ (Equação 7)



Passo 3

$$e^{\frac{R}{L}t}\frac{di}{dt}+e^{\frac{R}{L}t}\frac{R}{L}i=\frac{e^{\frac{R}{L}t}}{L}v(t)$$

O lado esquerdo da equação acima é a derivada do produto, como indicado abaixo.

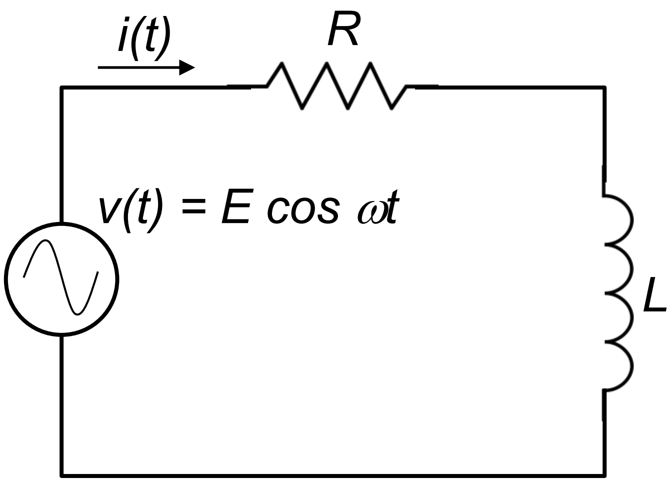
$$d\left(ie^{\frac{R}{L}t}\right)=\frac{e^{\frac{R}{L}t}}{L}E\cos\omega t$$ (Equação 8)

Integramos a equação 8.

$$i(t)e^{\frac{R}{L}t}=\int\frac{e^{\frac{R}{L}t}}{L}E\cos\omega t\,dt+C$$

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{1}{L}v(t) \qquad \text{(Equação 7)}$$



Passo 3

Colocando em evidência as constantes *E* e *L* na integral, temos o seguinte resultado.

$$i(t)e^{\frac{R}{L}t} = \frac{E}{L}\int e^{\frac{R}{L}t}\cos\omega t\,dt + C \qquad \text{(Equação 9)}$$

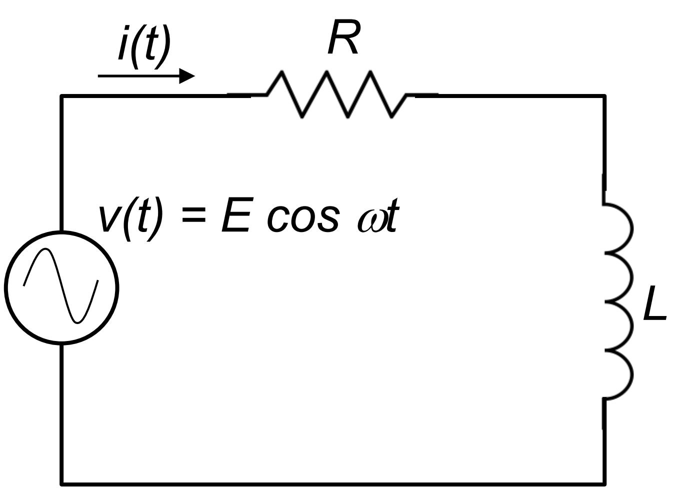
Vamos nos concentrar na resolução da integral, fazemos a mudança de *R/L* = *a* e ω = *b*. Obtemos a seguinte expressão.

$$\int e^{\frac{R}{L}t}\cos\omega t\,dt = \int e^{at}\cos bt\,dt$$

Usaremos integração por partes para resolução, onde *u* = *cos bt* e *v* = e^{at}.

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t) \quad \text{(Equação 7)}$$



Passo 3

$$\int e^{\frac{R}{L}t} \cos \omega t \, dt = \int e^{at} \cos bt \, dt = I_1$$

Usaremos integração por partes para resolução. Assim temos:

$$u = \cos bt \rightarrow du = -b \sin bt \, dt$$

$$dv = e^{at} dt \rightarrow v = \frac{1}{a} e^{at}$$

Usamos a seguinte identidade. $$\int udv = uv - \int vdu$$

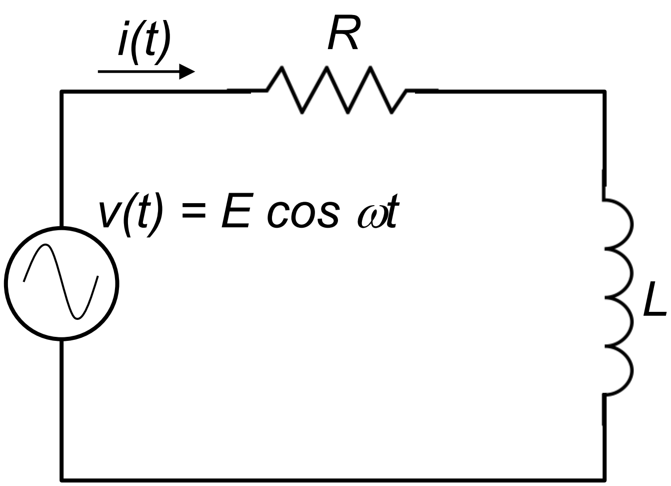
$$I_1 = \frac{1}{a} e^{at} \cos bt + \frac{b}{a} \int e^{at} \sin bt \, dt \quad \text{(Equação 10)}$$

I_2

Chamamos a integral do lado direito de I_2.

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t) \qquad \text{(Equação 7)}$$



$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$I_1 = \int e^{at} \cos bt \, dt$$

Passo 3

Passamos à resolução da integral I_2, onde aplicaremos novamente a técnica de integração por partes.

$$I_2 = \int e^{at} \sin bt \, dt$$

$$u = \sin bt \rightarrow du = b \cos bt \, dt$$

$$dv = e^{at} dt \rightarrow v = \frac{1}{a} e^{at}$$

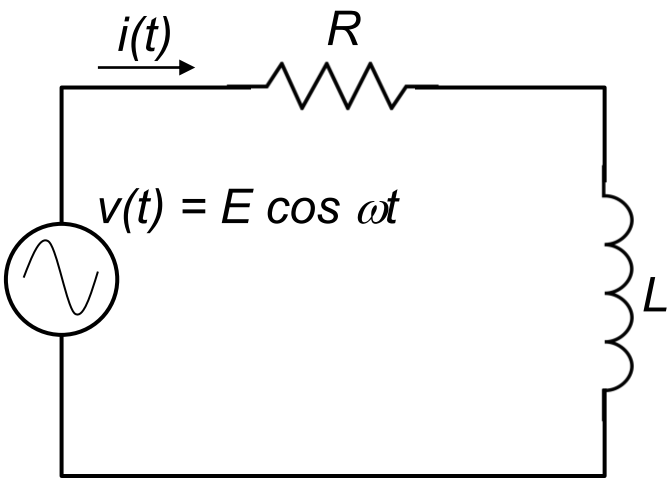
Assim temos o seguinte resultado.

$$I_2 = \frac{1}{a} e^{at} \sin bt - \frac{b}{a} \underbrace{\int e^{at} \cos bt \, dt}_{I_1} \qquad \text{(Equação 11)}$$

A integral do lado direito é a integral original I_1. Podemos substituir a equação 11 na equação 10.

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t) \qquad \text{(Equação 7)}$$



$$\int u\,dv = uv - \int v\,du$$

$$I_1 = \int e^{at} \cos bt\, dt$$

Passo 3

Substituímos a equação 11 na equação 10.

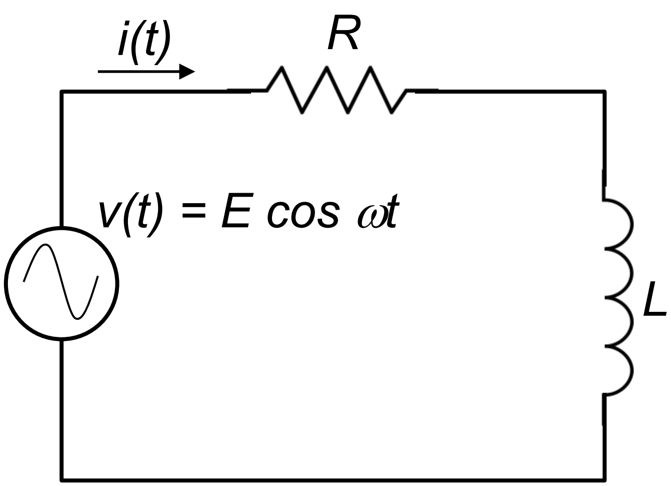
$$I_1 = \frac{1}{a} e^{at} \cos bt + \frac{b}{a} \int e^{at} \sin bt\, dt \qquad \text{(Equação 10)}$$

$$I_2 = \frac{1}{a} e^{at} \sin bt - \frac{b}{a} \int e^{at} \cos bt\, dt \qquad \text{(Equação 11)}$$

$$I_1 = \frac{1}{a} e^{at} \cos bt + \frac{b}{a} \left[\frac{1}{a} e^{at} \sin bt - \frac{b}{a} \underbrace{\int e^{at} \cos bt\, dt}_{I_1} \right]$$

Solução:

$$\frac{di}{dt}+\frac{R}{L}i=\frac{1}{L}v(t)$$ (Equação 7)



$$\int udv = uv - \int vdu$$

$$I_1 = \int e^{at}\cos bt\, dt$$

Passo 3

Rearranjando os termos, chegamos à seguinte expressão.

$$I_1 = \frac{1}{a}e^{at}\cos bt + \frac{b}{a}\left[\frac{1}{a}e^{at}\sin bt - \frac{b}{a}I_1\right]$$

$$I_1 = \frac{1}{a}e^{at}\cos bt + \frac{b}{a^2}e^{at}\sin bt - \frac{b^2}{a^2}I_1$$

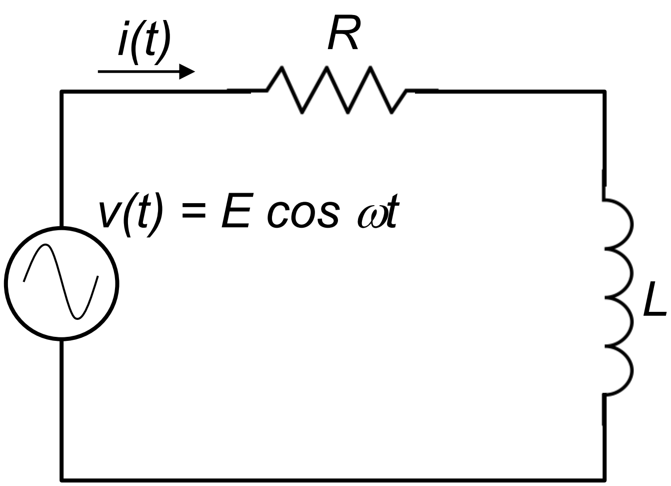
$$I_1\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right) = \frac{1}{a^2}e^{at}[a\cos bt + b\sin bt]$$

$$I_1\left(\frac{a^2+b^2}{a^2}\right) = \frac{1}{a^2}e^{at}[a\cos bt + b\sin bt]$$

$$I_1 = \frac{e^{at}}{a^2+b^2}[a\cos bt + b\sin bt]$$

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t)$$ (Equação 7)



$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$I_1 = \int e^{at} \cos bt \, dt$$

Passo 3

Agora substituímos as constantes originais ($R/L = a$ e $\omega = b$) em I_1.

$$I_1 = \frac{e^{\frac{R}{L}t}}{\frac{R^2}{L^2} + \omega^2}\left[\frac{R}{L}\cos\omega t + \omega \sin\omega t\right]$$

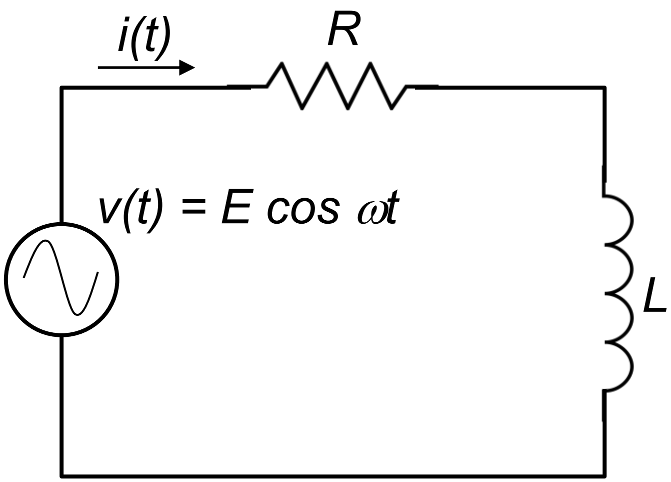
Onde temos o seguinte resultado.

$$I_1 = \frac{L^2 e^{\frac{R}{L}t}}{R^2 + L^2\omega^2}\left[\frac{R}{L}\cos\omega t + \omega \sin\omega t\right]$$

$$I_1 = \frac{L e^{\frac{R}{L}t}}{R^2 + L^2\omega^2}\left[R\cos\omega t + L\omega \sin\omega t\right]$$ (Equação 12)

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t) \quad \text{(Equação 7)}$$



$$\int u dv = uv - \int v du$$

$$I_1 = \int e^{at} \cos bt \, dt$$

Passo 3

Substituímos a equação 12 na equação 9.

$$I_1 = \frac{L e^{\frac{R}{L}t}}{R^2 + L^2\omega^2} [R \cos \omega t + L\omega \sin \omega t] \quad \text{(Equação 12)}$$

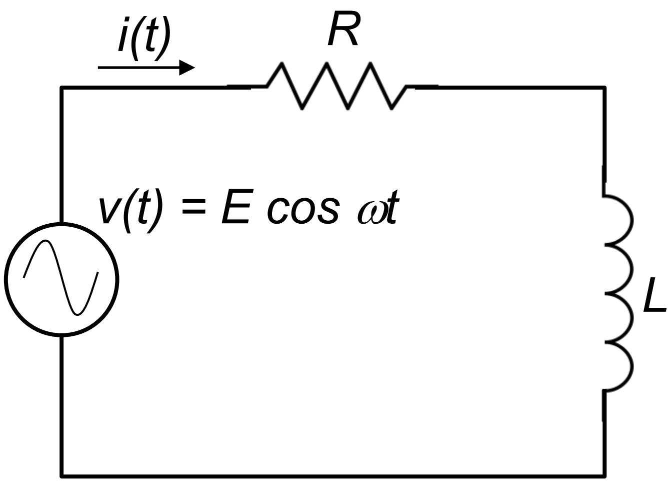
$$i(t) e^{\frac{R}{L}t} = \frac{E}{L} \int e^{\frac{R}{L}t} \cos \omega t \, dt + C \quad \text{(Equação 9)}$$

$$i(t) e^{\frac{R}{L}t} = \frac{E}{L} \frac{L e^{\frac{R}{L}t}}{R^2 + L^2\omega^2} [R \cos \omega t + L\omega \sin \omega t] + C$$

$$i(t) e^{\frac{R}{L}t} = \frac{E e^{\frac{R}{L}t}}{R^2 + L^2\omega^2} [R \cos \omega t + L\omega \sin \omega t] + C$$

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t) \qquad \text{(Equação 7)}$$



Passo 4

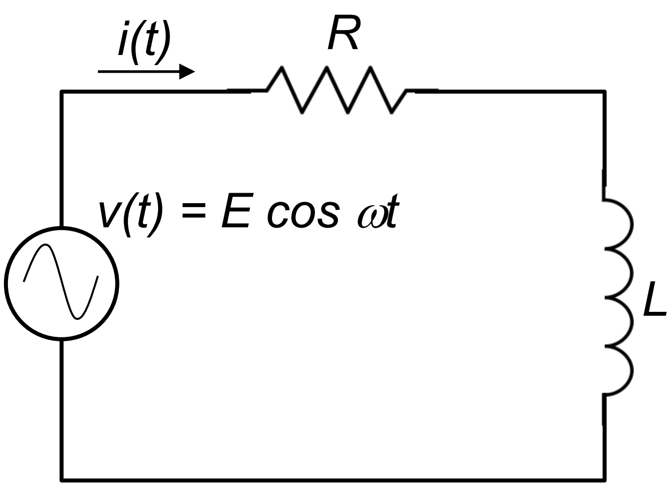
Dividimos a equação resultante por *μ(x)*, para chegarmos a solução geral para *i*.

$$i(t)e^{\frac{R}{L}t} = \frac{Ee^{\frac{R}{L}t}}{R^2 + L^2\omega^2}[R\cos\omega t + L\omega\sin\omega t] + C$$

$$i(t) = \frac{E}{R^2 + L^2\omega^2}[R\cos\omega t + L\omega\sin\omega t] + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t)$$ (Equação 7)



Passo 5

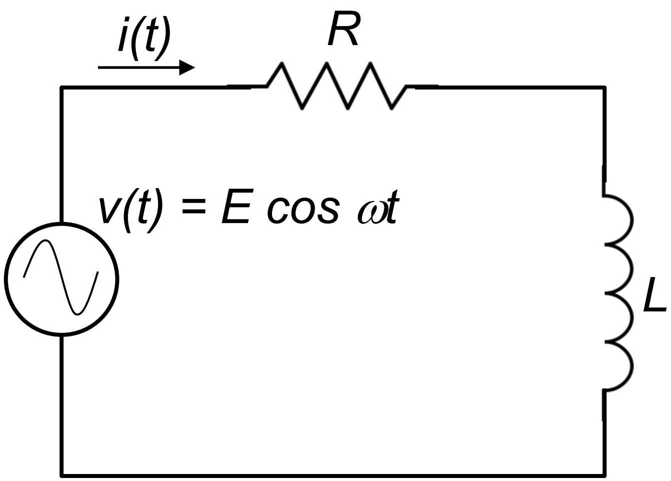
Usando a condição inicial *i* = *0* para *t* = *0*, determinamos a constante de integração.

$$i(t) = \frac{E}{R^2 + L^2\omega^2}[R\cos\omega t + L\omega\sin\omega t] + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

$$C = -\frac{RE}{R^2 + L^2\omega^2}$$

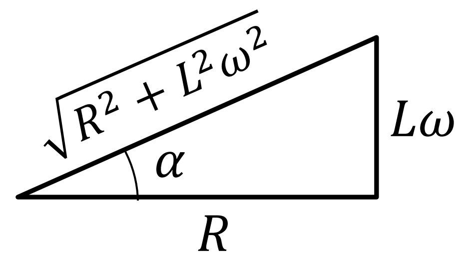
Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{1}{L}v(t)$$ (Equação 7)



Passo 5

Considerando a relação entre resistência (R), frequência angular (ω) e indutância (L), temos o seguinte resultado.



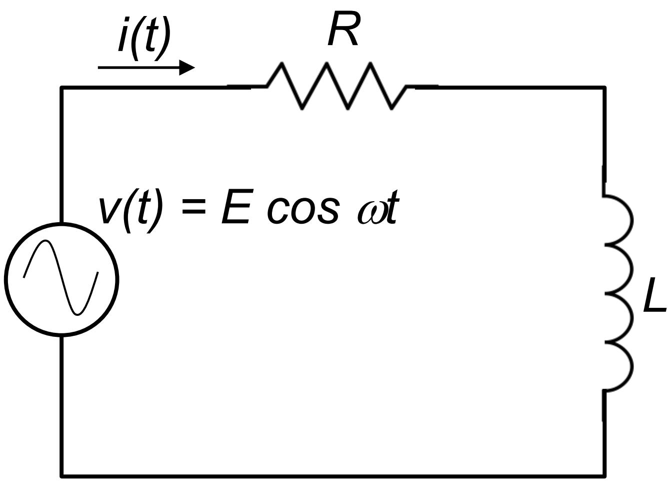
$$\cos\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \qquad \sin\alpha = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

O termo α é o ângulo de fase. A impedância do circuito é Z, dada pela seguinte expressão.

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$ (Equação 13)

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t)$$ (Equação 7)



$$\cos\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

Passo 5

Inserindo o cosseno e seno de alfa, temos o seguinte resultado.

$$i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}[\cos\alpha\cos\omega t + \sin\alpha\sin\omega t] + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

Agora consideramos o cosseno da subtração.

$$\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$$

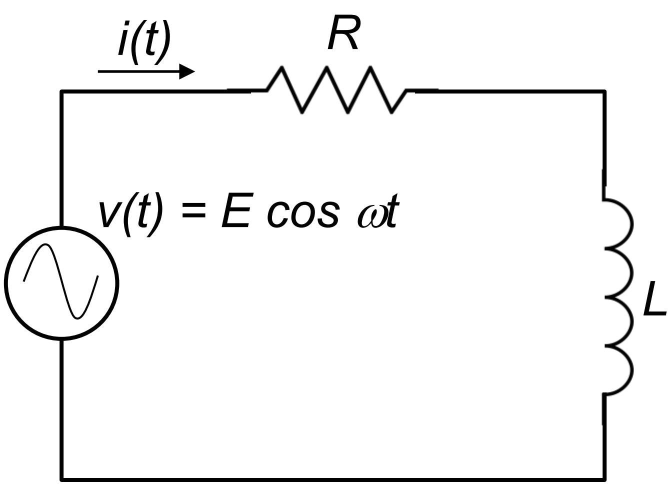
$$i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}[\cos(\omega t - \alpha)] + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

$$C = -\frac{RE}{R^2 + L^2\omega^2} = -\frac{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}E\cos\alpha}{R^2 + L^2\omega^2}$$

$$C = -\frac{E\cos\alpha}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

Solução:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t) \quad \text{(Equação 7)}$$



$$\cos\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

Passo 5

Assim chegamos ao resultado.

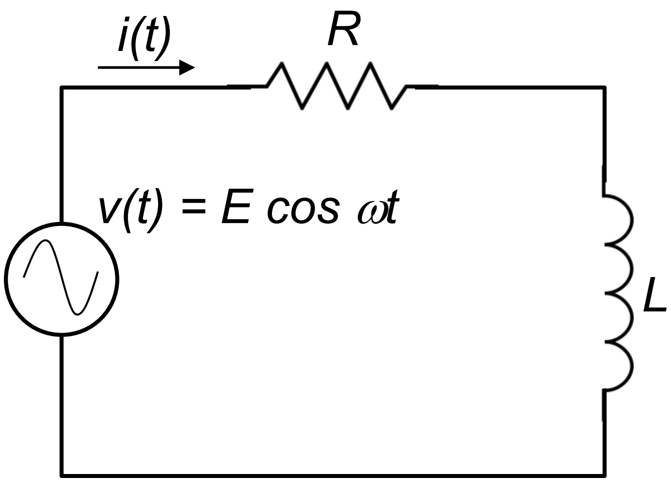
$$i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}[\cos(\omega t - \alpha)] + Ce^{-\frac{R}{L}t}$$

$$C = -\frac{E\cos\alpha}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

$$i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}\left[\cos(\omega t - \alpha) - e^{-\frac{R}{L}t}\cos\alpha\right]$$

Circuito RL em Corrente Alternada

Resumo: Modelamos o sistema circuito *RL* em série com corrente alternada. A análise do sistema considera que a variação da corrente elétrica (*i(t)*) depende da resistência (*R*), da indutância (*L*) e da tensão alternada (*E cos(ωt)*). A aplicação da lei de Kirchoff gera uma EDO de primeira ordem linear, que na forma padrão tem a expressão indicada na equação 7. A solução da EDO linear pelo método do fator integrante gerou a solução geral indicada na equação 14. A solução particular está na equação 15. A impedância do circuito (*Z*) é dada pela equação 13.



$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{1}{L} v(t)$$ (Equação 7)

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$ (Equação 13)

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} [\cos(\omega t - \alpha)] + Ce^{-\frac{R}{L}t}}$$ (Solução Geral) (Equação 14)

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \left[\cos(\omega t - \alpha) - e^{-\frac{R}{L}t} \cos \alpha\right]}$$ (Solução Particular) (Equação 15)

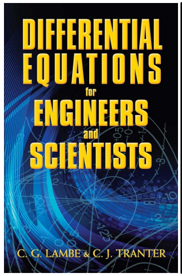
Lista de Exercícios 3

1. Numa sucessão de reações químicas, a substância A é transformada em B que na sequência é transformada em C, conforme indicado abaixo.

$$A \rightarrow B \rightarrow C$$

As velocidades de reação são dadas pelas seguintes expressões.

$$\frac{dx}{dt} = -kx \qquad \frac{dy}{dt} = 2k(b + a - x - y)$$

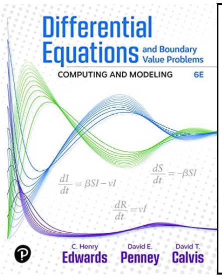


Resposta: $y = ae^{-kt} - (a-b)e^{-2kt}$
LAMBE, C.G.; TRANTER, C.J. Differential Equations for Engineers and Scientists (Dover Books on Mathematics) . Dover Publications. Edição do Kindle.

Onde *x* é a concentração de A e *y* a concentração de C. Inicialmente *x = a* e *y = 0*. Resolva essas equações e prove que a concentração de B num tempo *t* é $y = ae^{-kt} - (a-b)e^{-2kt}$.

2. Obtenha a solução geral da seguinte equação diferencial.

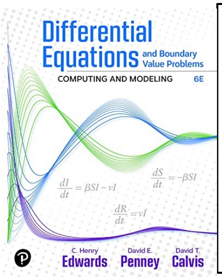
$$(x^2+1)\frac{dy}{dx} + 3xy = 6x$$



Resposta: $y = 2 + C(x^2+1)^{-\frac{3}{2}}$
EDWARDS, C. Henry; PENNEY, David E.; CALVIS, David. Differential Equations and Boundary Value Problems: Computing and Modeling (p. 49). Pearson Education. Edição do Kindle.

3. Resolva o problema de valor inicial para *y(0) = -1* para a equação diferencial indicada a seguir.

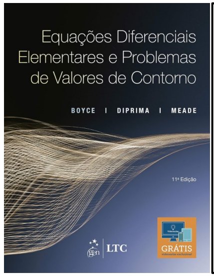
$$\frac{dy}{dx} - y = \frac{11}{8}e^{-\frac{x}{3}}$$



Resposta: $y = \frac{1}{32}\left(e^{x} - 33e^{-\frac{x}{3}}\right)$
EDWARDS, C. Henry; PENNEY, David E.; CALVIS, David. Differential Equations and Boundary Value Problems: Computing and Modeling (p. 48). Pearson Education. Edição do Kindle.

4. Encontre a solução geral da seguinte equação diferencial:

$$\frac{dy}{dt} - 2y = 4 - t$$

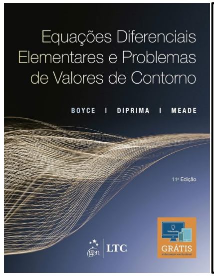


Resposta: $y = -\frac{7}{4} + \frac{1}{2}t + ce^{2t}$
Fonte: BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.; MEADE, Douglas B. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno (Portuguese Edition) (p. 20). LTC. Edição do Kindle.

5. Resolva o problema de valor inicial indicado abaixo.

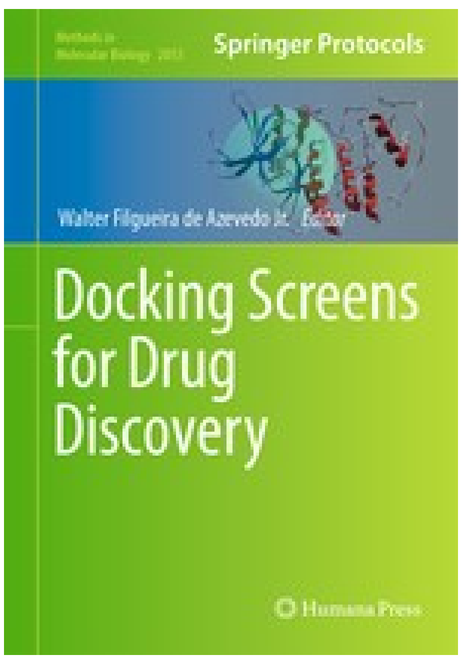
$$t\frac{dy}{dt} + 2y = 4t^2$$

$$y(1) = 2$$



Resposta: $y = t^2 + \frac{1}{t^2}, t > 0$
Fonte: BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.; MEADE, Douglas B. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno (Portuguese Edition) (p. 21). LTC. Edição do Kindle.

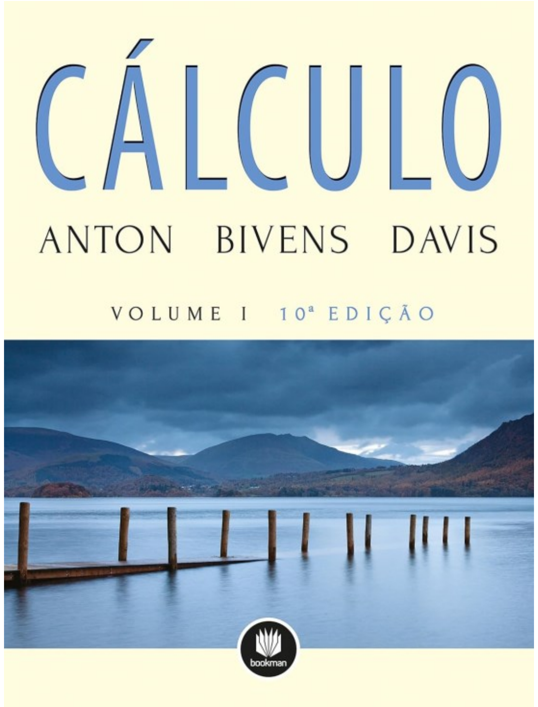
Autor

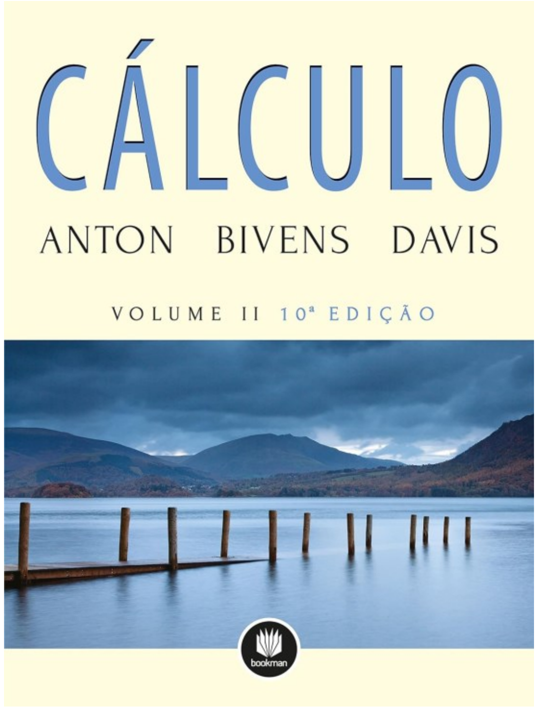


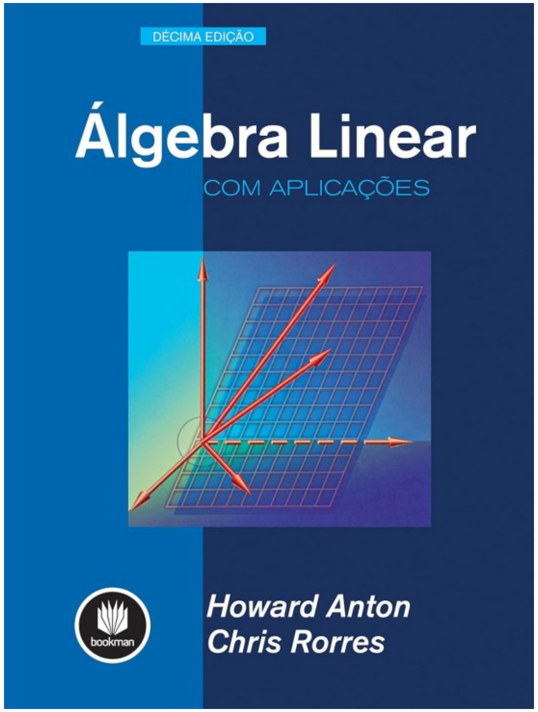
Dr. Walter F. de Azevedo, Jr. earned a BSc in Physics (1990), an MSc in Applied Physics (1992), and a DSc in Applied Physics (1997) from the University of São Paulo (Brazil). In his doctoral studies, Dr. Azevedo worked under the supervision of Prof. Yvonne Primerano Mascarenhas (University of São Paulo) and Prof. Sung-Hou Kim (University of California, Berkeley) on a split Doctoral program with a fellowship from the Brazilian Research Council (CNPq). During his first two years at Berkeley, he was under a CNPq fellowship (1993-95). Due to his performance, Prof. S.-H. Kim hired him as Visiting Researcher for the Department of Chemistry, University of California at Berkeley (1995-96).

The work developed during these three years at Berkeley resulted in his thesis about the structure of Cyclin-Dependent Kinase 2 (CDK2) in complex with inhibitors (PDB access code: 2A4L) (de Azevedo et al., 1996; de Azevedo et al., 1997). Dr. Azevedo is the first author of both papers, and these publications gathered more than 1,000 citations on the Web of Science. During 1997-98 he had a postdoc position at São Paulo State University (Unesp) with a Fapesp fellowship. He holds a habilitation degree in Physics (livre-docência) from the São Paulo State University (Unesp)(2004). In 1998, Dr. Azevedo participated in a research project with NASA that sent proteins to crystallize in a microgravity environment onboard the Space Shuttle Discovery (STS-95). This research had coverage of Brazilian TV networks. He published a book entitled "Docking Screens for Drug Discovery" with Springer Nature in 2019. This book sold 46,000 copies (April 2024) with over 2 million dollars in sales (https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4939-9752-7). In 2020, the Journal Plos Biology ranked Dr. Azevedo among the most influential researchers in the world (Fields: Biochemistry & Molecular Biology and Biophysics).

Dr. Azevedo has vast editorial experience. He is the frontiers section editor (Bioinformatics/Biophysics) for the Current Drug Targets, section editor (Bioinformatics in Drug Design and Discovery) for the Current Medicinal Chemistry, review editor for Frontiers in Chemistry, associate editor for Exploration of Drug Science, member of the editorial boards Molecular Diversity and the Journal of Molecular Structures, and editor of Docking Screens for Drug Discovery (Methods of Molecular Biology)-Springer Nature. He is a reviewer for over 60 high-impact journals, including Nature Communications and Briefings in Bioinformatics. His research interests are interdisciplinary, with three main emphases: machine learning, complex systems, and computational systems biology. Dr. Azevedo has over 200 scientific publications about protein structures, computer models of complex systems, and simulations of protein systems. These workers have over 7000 citations on the Web of Science (h-index: 48. m-quotient: 1.7), +7000 citations in Scopus (h-index: 48), and +9000 citations on Google Scholar (h-index: 53).





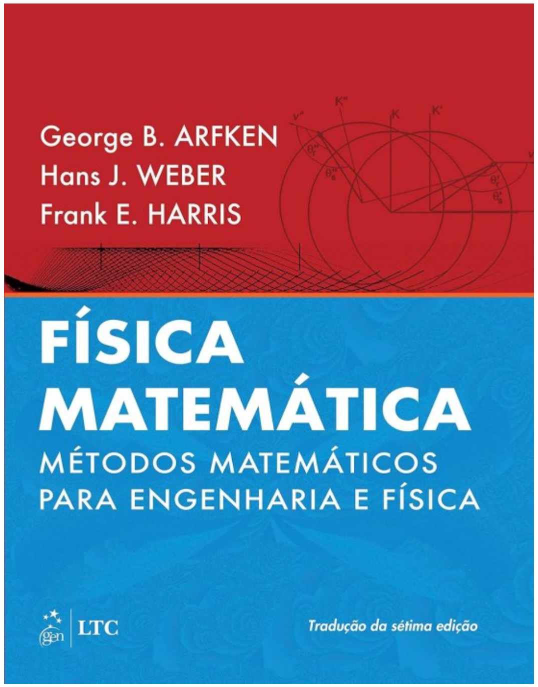


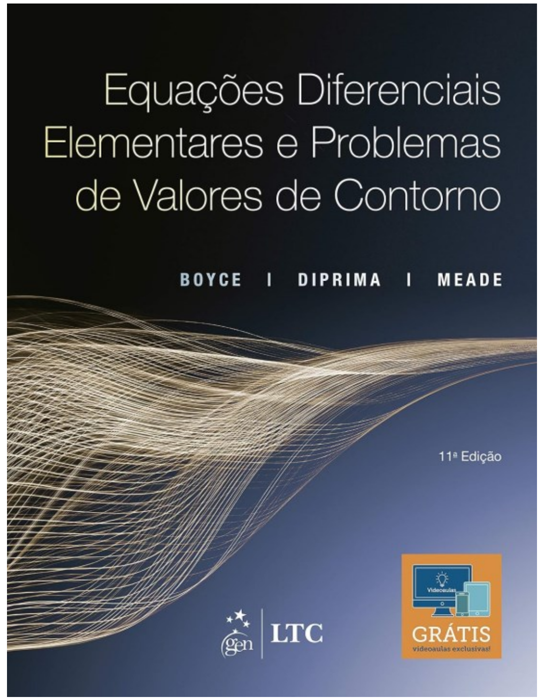
ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo - V1** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

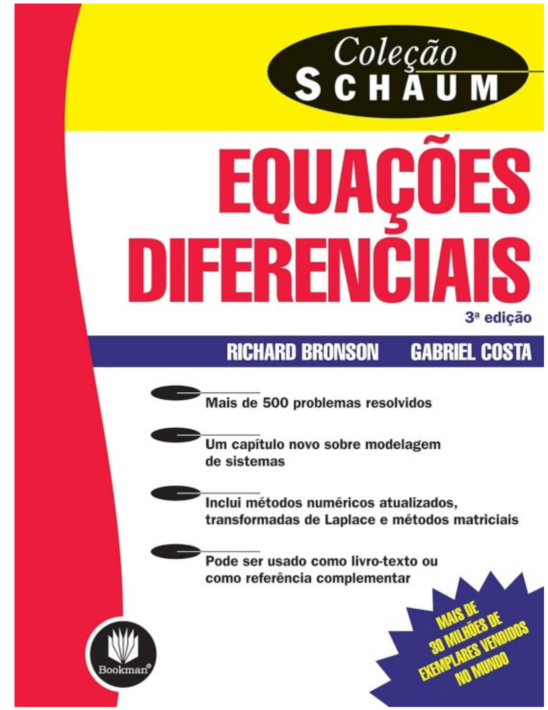
ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo – V2** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra Linear com Aplicações** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

Referências



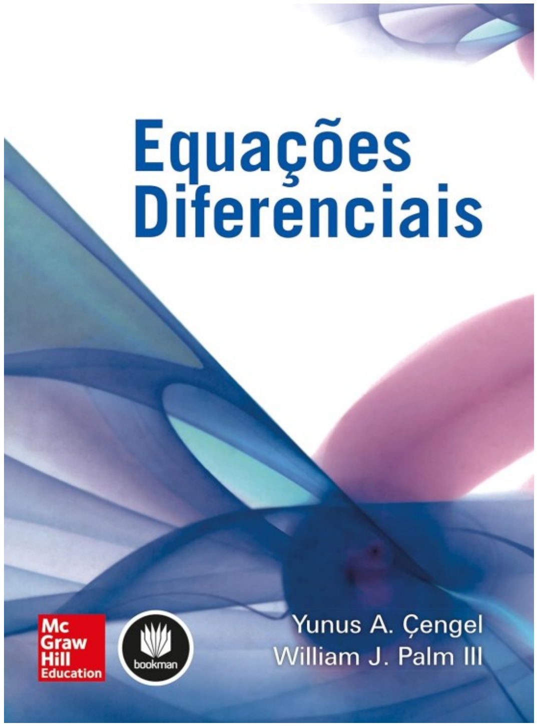


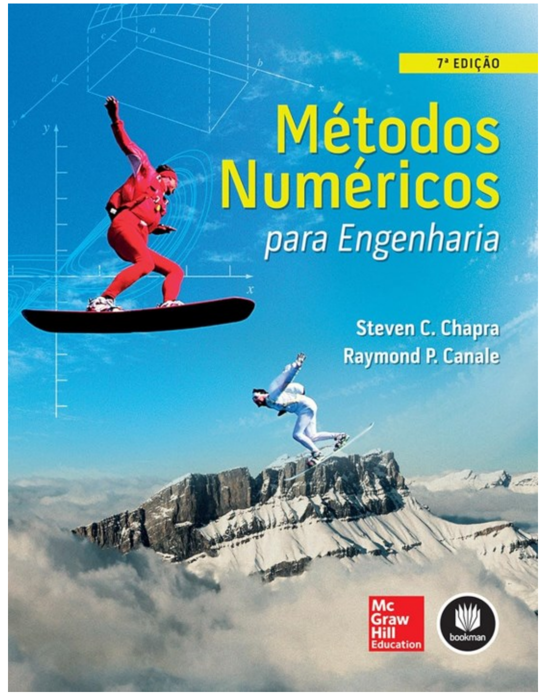


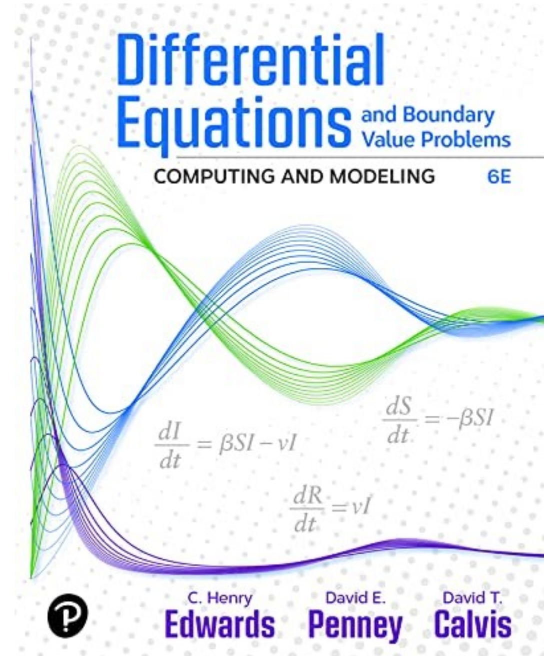
ARFKEN, George. **Física Matemática: Métodos Matemáticos para Engenharia e Física** (Portuguese Edition). GEN LTC. Edição do Kindle.

BOYCE, William E.; DIPRIMA, Richard C.; MEADE, Douglas B**. Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno** (Portuguese Edition). LTC. Edição do Kindle.

BRONSON, Richard; COSTA, Gabriel. **Equações Diferenciais (Coleção Schaum)** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.





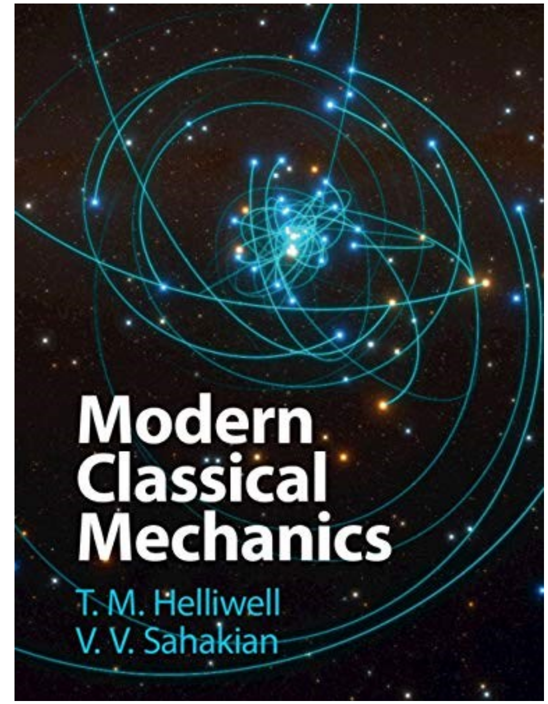


CENGEL, Yunus A.; Palm **III**, William J. **Equações Diferenciais** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

CHAPRA, Steven C.; CANALE, Raymond P. **Métodos Numéricos para Engenharia** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.

EDWARDS, C. Henry; PENNEY, David E.; CALVIS, David. **Differential Equations and Boundary Value Problems: Computing and Modeling**. Pearson Education. Edição do Kindle.

Referências

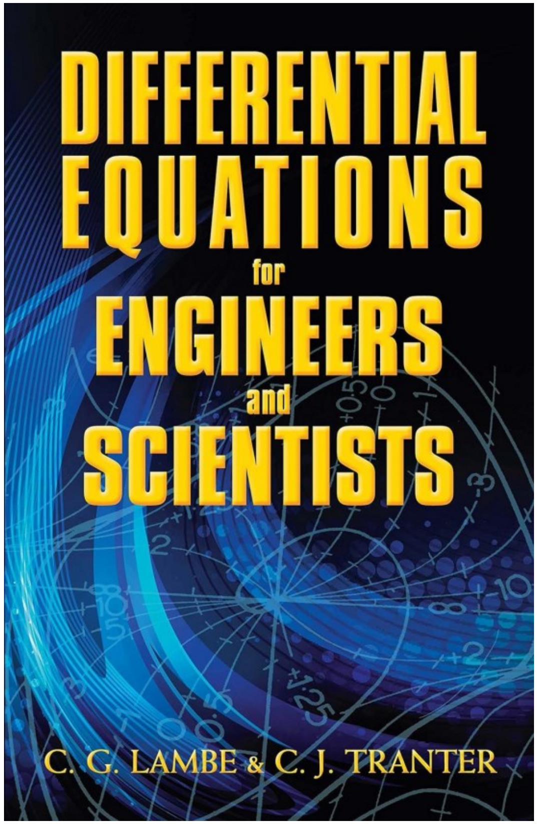


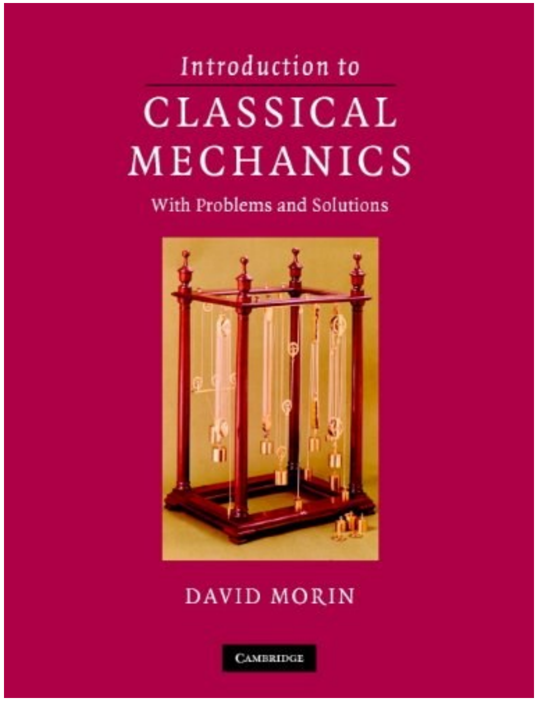
HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos da Física - Mecânica - Volume 1**. GEN | LTC. Edição do Kindle.

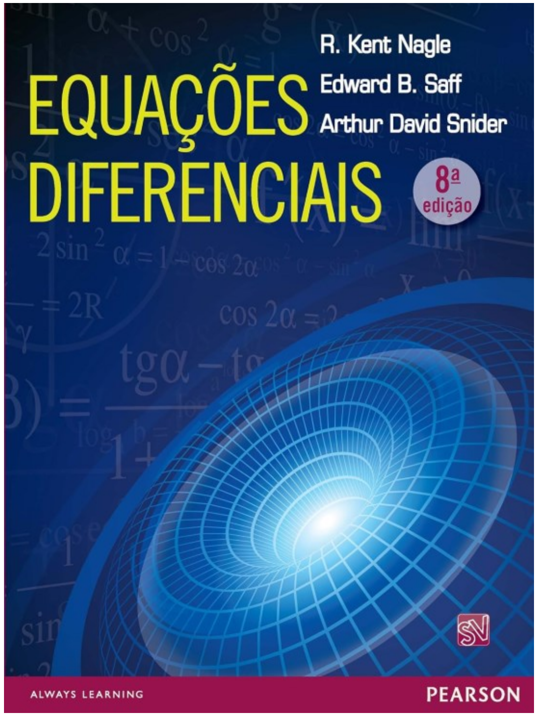
HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física - Eletromagnetismo - Volume 3.** GEN | LTC. Edição do Kindle.

HELLIWELL, T. M.; SAHAKIAN, V. V. **Modern Classical Mechanics.** Cambridge University Press. Edição do Kindle.

Referências



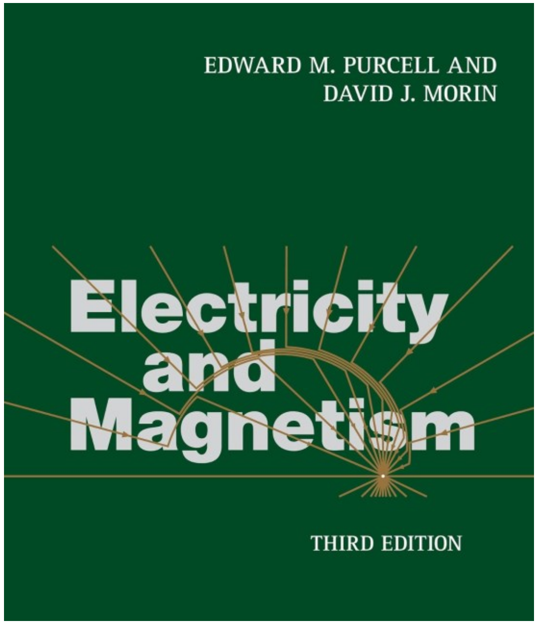


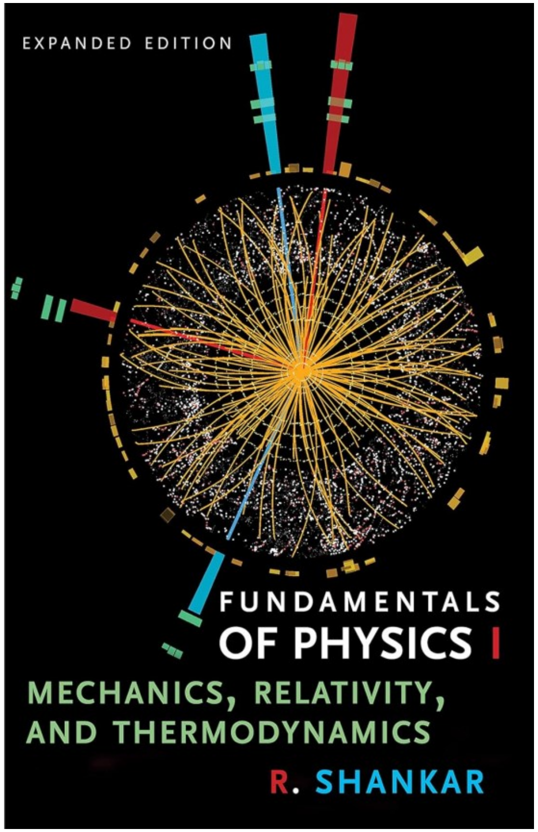


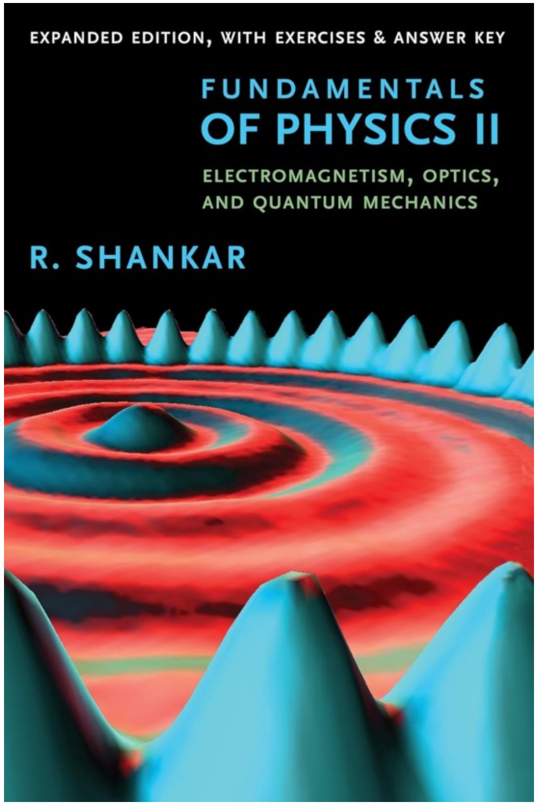
LAMBE, C.G.; TRANTER, C.J. **Differential Equations for Engineers and Scientists** (Dover Books on Mathematics). Dover Publications. Edição do Kindle.

MORIN, David. **Introduction to Classical Mechanics: With Problems and Solutions.** Cambridge University Press. Edição do Kindle.

NAGLE, R. Kent. **Equações Diferenciais** (Portuguese Edition). Edição do Kindle.





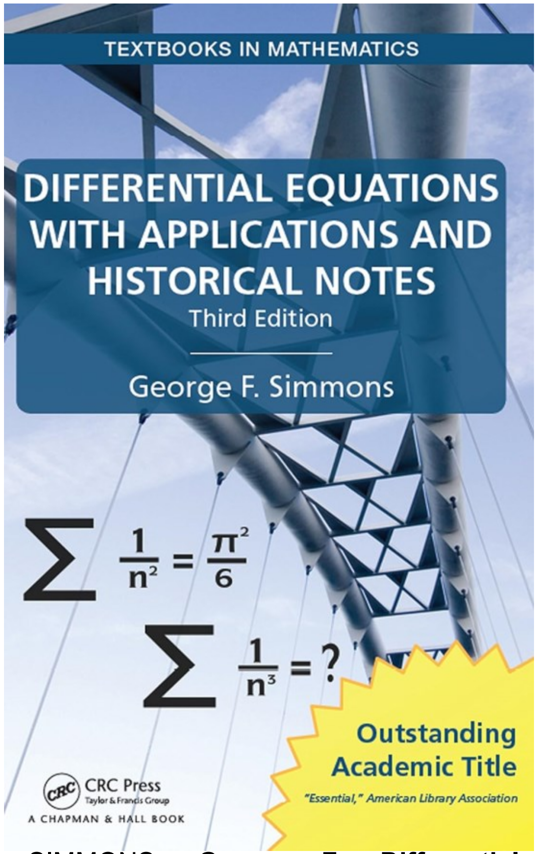


PURCELL, Edward M.; MORIN, David J. **Electricity and Magnetism.** Cambridge University Press. Edição do Kindle.

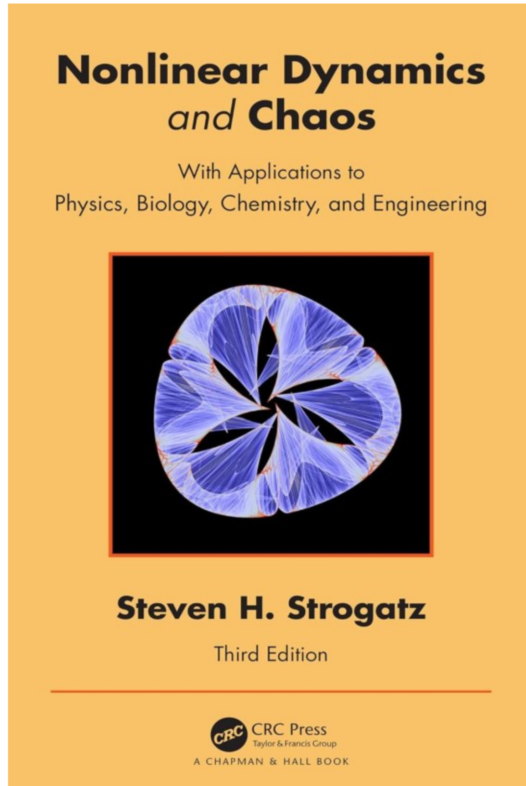
SHANKAR, R. **Fundamentals of Physics I: Mechanics, Relativity, and Thermodynamics** (The Open Yale Courses Series). Yale University Press. Edição do Kindle.

SHANKAR, R. **Fundamentals of Physics II: Electromagnetism, Optics, and Quantum Mechanics** (The Open Yale Courses Series). Yale University Press. Edição do Kindle.

Referências



SIMMONS, George F. **Differential Equations with Applications and Historical Notes (Textbooks in Mathematics)**. CRC Press. Edição do Kindle.



STROGATZ, Steven H. **Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering**. CRC Press. Edição do Kindle.

Que a luz da ciência acabe com as trevas do negacionismo.